

مراجعة, باب (٥)

c/cv

Fuzzy set

Ex: Find  $\text{supp}(\tilde{A})$ , Center of  $\tilde{A}$ , cross points, height of  $\tilde{A}$  and  $A_{0.5}$  for.

$$\textcircled{1} \tilde{A} = \frac{0.1}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.7}{4}$$

$$\textcircled{2} \tilde{A} = \int \frac{\frac{1}{1 + \left(\frac{x-a}{b}\right)^2}}{x}$$

Sol

1

$$\text{supp}(\tilde{A}) = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\text{Center of } \tilde{A} = \{4\}$$

$$\text{Cross points} = \{3\}$$

$$\text{height} = 0.7$$

$$A_{0.5} = \{2, 3, 4\}$$

← درجة انتماء أكبر رقم

← القيمة 0.5 = تقاطع

1

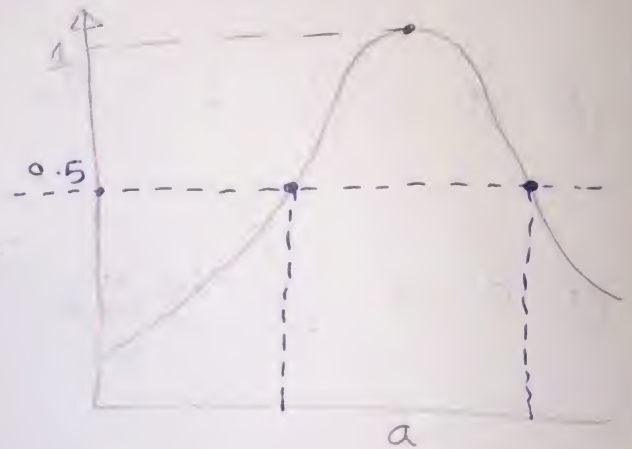
[2]

$$\mu_A = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-a}{b}\right)^2}$$

$$\text{supp}(\tilde{A}) = \mathbb{R}$$

$$\text{Center} = \{a\}$$

$$\text{height} = 1$$



Cross point      كل المقطع التي درجة انتمائها = 0.5

هنا نجد التقاطعين الناتجين من تقاطع المحاور الأفقي بالمنحنى.

$$\mu_A(x) = 0.5$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-a}{b}\right)^2} \Rightarrow \left(\frac{x-a}{b}\right)^2 = 1$$

$$\frac{x-a}{b} = \pm 1$$

[2]



$$x = a \pm b$$

$$x = a + b \quad \text{or, } x = a - b$$

are cross points

$$A.O.S = [a-b, a+b]$$

من الفترة من  $a+b$  إلى  $a-b$

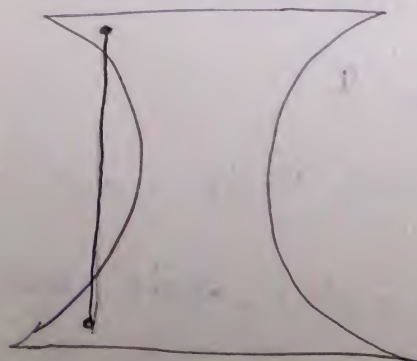
### Convex set

تعرف الفئة المحددة أنها الفئة التي لو اخترنا منها نقطتين يقع الخط الواصل بين النقطتين بتمامه داخل الفئة أما إذا كان جزء من الخط خارج الفئة فتكون ~~فئة~~ (not Convex)

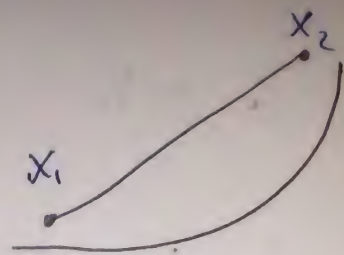
من الخط خارج الفئة فتكون ~~فئة~~ (not Convex)



(Convex)



(not convex)



$$S[x_1, x_2] = \lambda x_1 + (1-\lambda) x_2, \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

Def<sup>n</sup>: Convex set

A set  $S$  is said to be convex if for any arbitrary points  $x_1, x_2 \in S$  the closed line segment  $S[x_1, x_2]$  lies completely in  $S$ .

i.e.  $(1-\lambda)x_1 + \lambda x_2 \in S$  for all  $x_1, x_2 \in S$   
 $0 \leq \lambda \leq 1$

← فائدة هذه الفئة اننا اذا عرفنا دالة اتيه كان شكلها على منحنى

(Convex) منحنى فانه القيم العظمى والصغرى للدالة نحصل

عليها عند حروف المنحني.



### Example

show the ~~convex~~ Convex region from the following.

a)

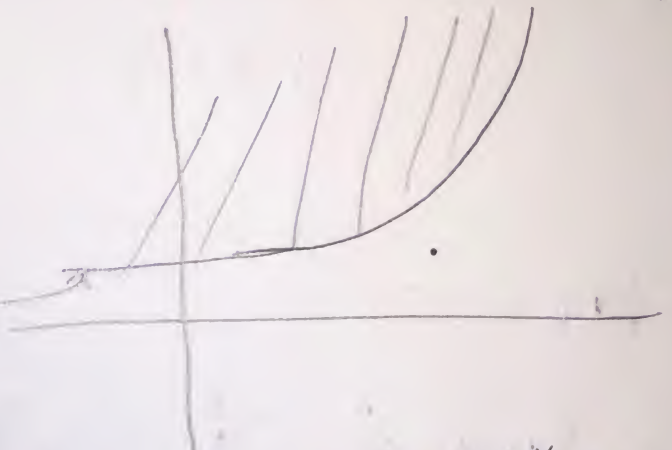
Convex region

في المنطقة فوق الخط  $y = e^x$

$$= \{(x, y) : y \geq e^x\}$$

(Convex)

$$\{(x, y) : y \geq e^x\}$$

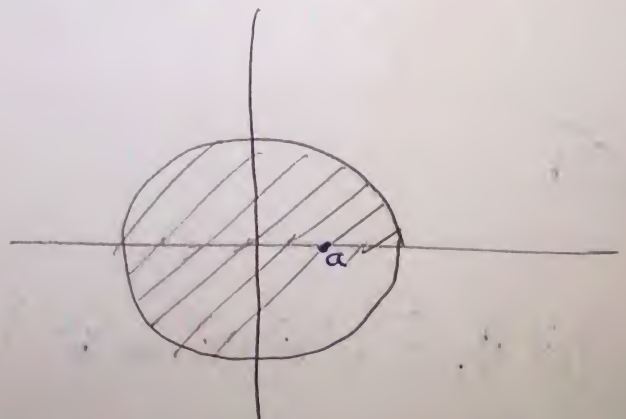


②

Sol

$$\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq a^2\}$$

(Convex)

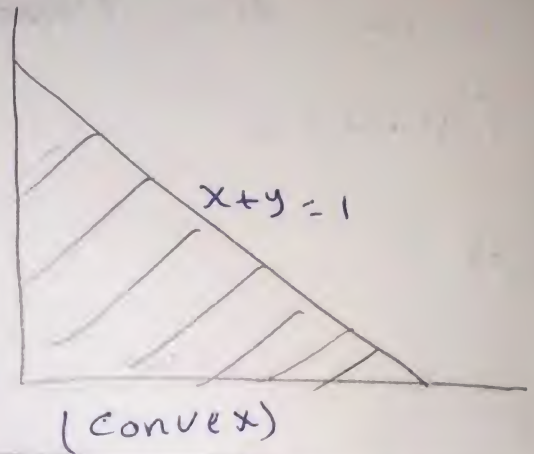


$$\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq a^2\}$$

3

Sol

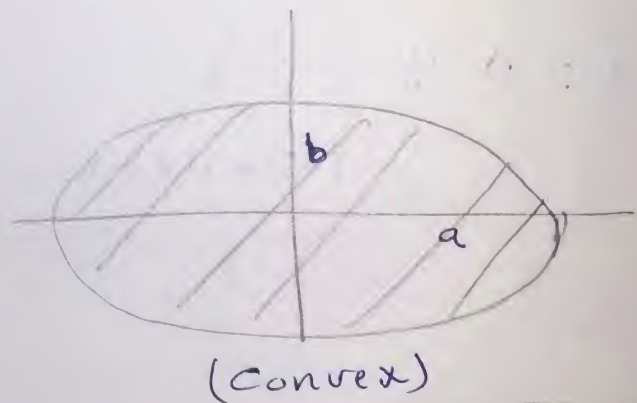
$$D = \{(x, y) : x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$$



4

$$D = \left\{ (x, y) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1 \right\}$$

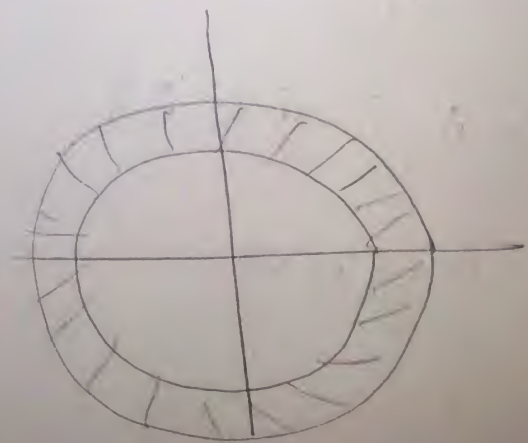
لأنه عايز قيمة داخل القطع.  
 $\Rightarrow$  لو خارج القطع.



5

$$D = \{(x, y) : a^2 \leq x^2 + y^2 \leq b^2\}$$

not convex



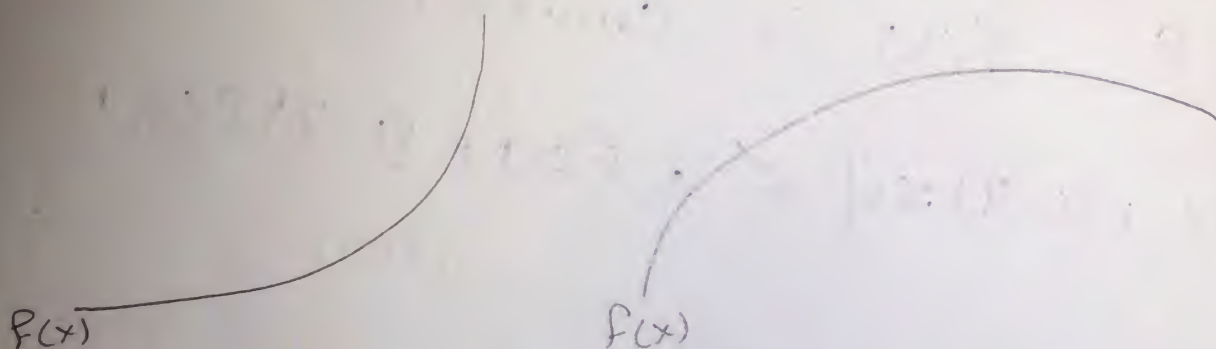
6



→ لتحويل الأرقام الحسابية (الأعداد الحقيقية) لأعداد

غامضة (Fuzzy) لابد أن نتعرف على فئات محددة.

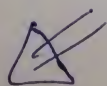
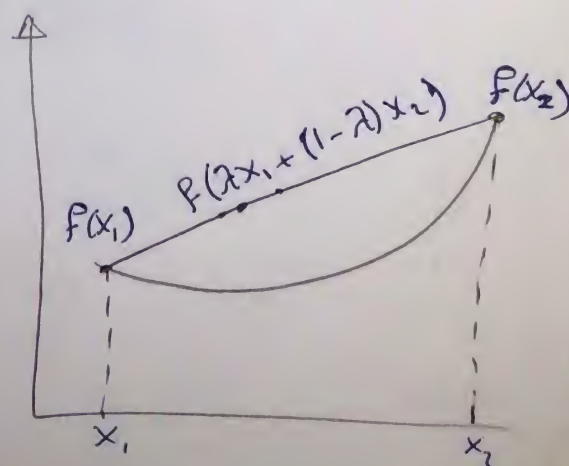
## Convex Function



→ عاينر معادلات رياضية تجعل كل شكل منها (Convex)

→ أي نقطة على هذا الخط تكون

معادلتها  $f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2)$

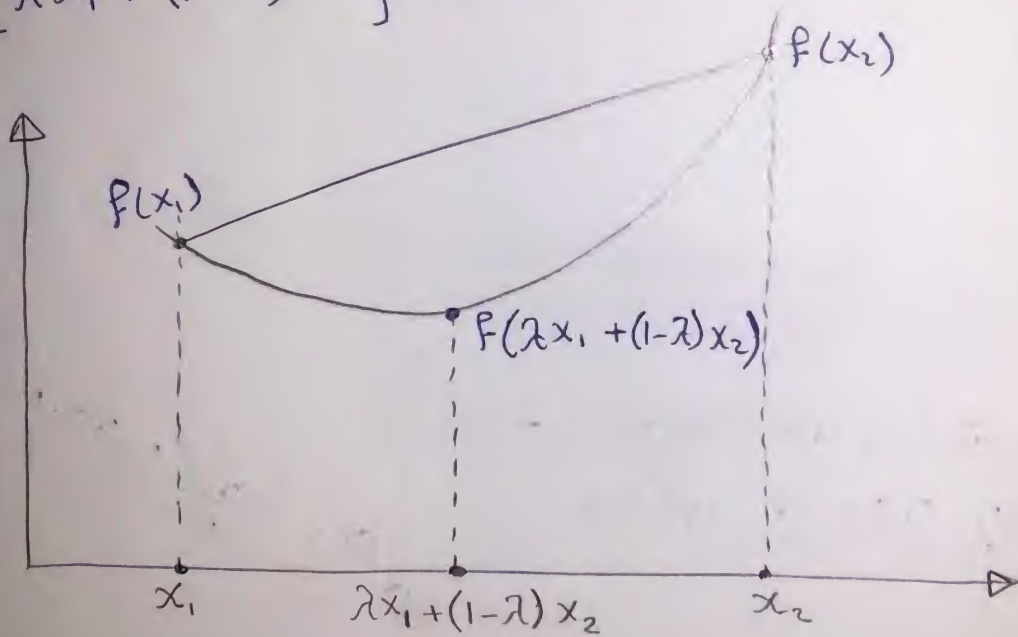


دراسة للتوضيح

الدالة (Convex) هي الدالة التي تجعل شكل الناتج من الرسم محدب لأعلى أي تجعل المنطقة تحت رسم الدالة (Convex)

Def<sup>n</sup> Let  $S$  be a Convex set,  $x_1, x_2 \in S$   
the f<sup>n</sup>  $f(x)$  is Convex if .

$$f[\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2] \leq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2)$$





[2] the  $f_A$  is strictly convex if:-

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) < \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2)$$

[3] the  $f_A$  is Concave if

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2)$$

→ (ع) شرط القعوب للأعلى لأسفل.

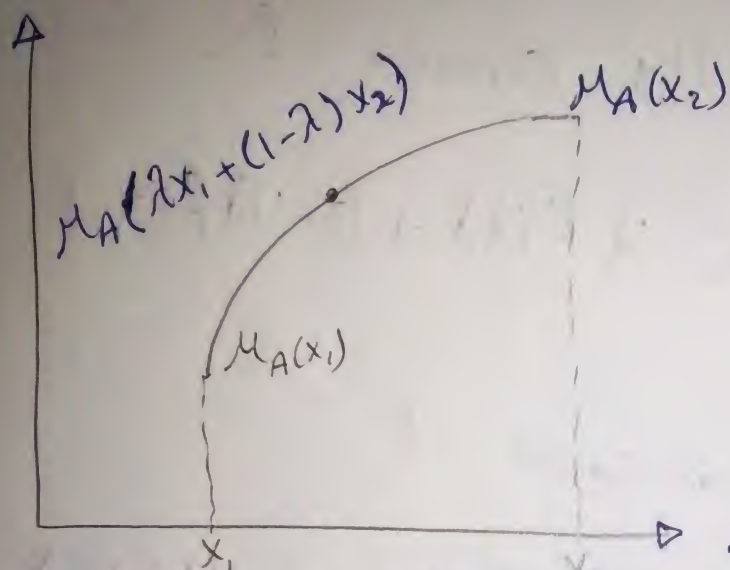
→ Convex Fuzzy set:-

مع ملاحظة أن شرط ضروري في أي دالة أن تكون معدية <sup>طابقاً</sup>

للأعلى حتى يكون الفئة المعرفة أسفل (Convex)

⇒ the Fuzzy set  $A \subseteq X$  is convex if

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min[\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)]$$



← أي نقطة في ~~الخط~~ الخط

تكون أقل من

أو  $\mu_A(x_2)$

← هذا التعريف أصبح أقل

من الحالة العادية (ordinary).

For all  $x_1, x_2$  in  $A$

EX Determine the fuzzy sets are convex or not from the following.

[1]  $A = \int \frac{\mu_A(x)}{x} ; \mu_A(x) = \frac{1}{1+x^2}$

[2]  $B = \int \frac{\mu_B(x)}{x} ; \mu_B(x) = \frac{1}{\sqrt{1+10x}}$



$$\boxed{3} \quad E = \int \frac{\mu_c(x)}{x}; \quad \mu_c(x) = \begin{cases} 0 & -\infty < x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ (2-x)^2 & 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & 3 \leq x \leq \infty \end{cases}$$

$$\boxed{4} \quad D = \int \frac{\mu_D(x)}{x}; \quad \mu_D(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x^3 & 0 \leq x \leq 1 \\ (2-x)^3 & 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & 2 \leq x \leq \infty \end{cases}$$

Sol

$\boxed{1}$  Let  $x_1, x_2 \in X$ ;

$$\mu(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) = \frac{1}{1 + [\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2]^2}$$

$$\text{if } \mu_A(x_1) \leq \mu_A(x_2)$$

من تحويل التعريف الى (Convex) لو كانت درجة انتماء

النقطة الى في المنحنى أكبر منه الصغيرة ، اذا حدث هذا

تكون Convex

~~$$\text{if } \mu_A(x_1) \leq \mu_A(x_2)$$~~

$$\frac{1}{1+x_1^2} \leq \frac{1}{1+x_2^2} \Rightarrow 1+x_1^2 \geq 1+x_2^2$$

$$x_1^2 \geq x_2^2$$

$$x_1 \geq x_2 \text{ if } x_1, x_2 \in \mathbb{R}$$

$$\mu(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \frac{1}{1 + [\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2]^2} = \mu_A(x_1)$$

$\downarrow$   
 $x_1$

$$\mu(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2))$$

then  $\tilde{A}$  is Convex.



[2] Let  $x_1, x_2 \in X$

$$\mu_B(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \log x}}$$

$$\mu_B(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) = \frac{1}{\sqrt{1 + \log(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2)}}$$

Let  $\mu_B(x_1) \leq \mu_B(x_2)$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \log x_1}} \leq \frac{1}{\sqrt{1 + \log x_2}}$$

$$\sqrt{1 + \log x_1} \geq \sqrt{1 + \log x_2} \Rightarrow 1 + \log x_1 \geq 1 + \log x_2$$

$$\therefore x_1 \geq x_2$$

$$M_B(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \frac{1}{\sqrt{1 + \ln(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2)}} = M_B(x_1)$$

$$\geq \min\{M_B(x_1), M_B(x_2)\}$$

$\therefore \tilde{B}$  is Convex

(homework) ۱۴ و ۱۵ سوالات

بالا قیادت را حل

$$\left(\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)\right) \left(\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)\right) \left(\sin\left(\frac{3\pi}{n}\right)\right) \dots \left(\sin\left(\frac{(n-1)\pi}{n}\right)\right)$$

$$= \frac{n}{2^{n-1}}$$

→ use  $z^n - 1 = 0$  to show that.